



حلی سنج

آزمون حلی سنج ۵

۲۵ آبان ماه ۱۴۰۳

پایه دوازدهم - رشته ریاضی فیزیک

دفترچه شماره ۱ از ۲

مدت پاسخگویی: ۶۵ دقیقه

تعداد سوال: ۳۵

| ردیف | بودجه بندی و پیمانانه های درسی | تعداد سوالات | دبیران طراح | |
|------|--|--------------|---|--|
| ۱ | ریاضی ۱ (دهم) ۱۰۰۲ تا ۱۰۰۳ | ۱۵ | حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده | |
| | حسابان ۱ (یازدهم) ۱۱۰۱ تا ۱۱۰۶ ۱۱۰۹ تا ۱۱۱۴ | | | دنباله تابع وارون - نمایی و لگاریتمی، دنباله هندسه مختصاتی |
| | حسابان ۲ (دوازدهم) ۱۲۰۷ و ۱۲۰۸ | | | معادلات مثلثاتی |
| ۲ | هندسه ۱ (دهم) - | ۱۰ | صبا مهدوی نصیر کریمی علیرضا فعلی | |
| | هندسه ۲ (یازدهم) ۱۱۰۱ تا ۱۱۰۸ | | | کل دایره |
| | هندسه ۳ (دوازدهم) ۱۲۱۰ تا ۱۲۱۲ | | | کل دایره (فصل ۲ درس ۲) |
| ۳ | ریاضی ۱ (دهم) - | ۱۰ | محمد پیشنماز احسان ایزدپناه علیرضا شریف خطیبی | |
| | آمار و احتمال (یازدهم) - | | | - |
| | ریاضیات گسسته (دوازدهم) ۱۲۰۸ | | | فصل ۱ درس ۳ فصل ۲ درس ۱ (تا سر مسیر و دور) |

کیارش بازرگان - امیرمحمد محقق
امیرحسین ملازینل - علی نوذری

طراحی و پشتیبانی علمی
(به ترتیب حروف الفبا)

 @helli_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- اگر α بزرگترین ریشه معادله $\log_2(15 + 4^x) = x + 3$ باشد، مقدار $4^{\alpha-1}$ کدام است؟

- (۱) $6/25$ (۲) $12/5$ (۳) $2/25$ (۴) $4/5$

۲- اگر $\frac{1}{m} \log_{12} 6 = \log_{12} 18$ باشد حاصل $\log_{12} 18$ بر حسب کدام است؟

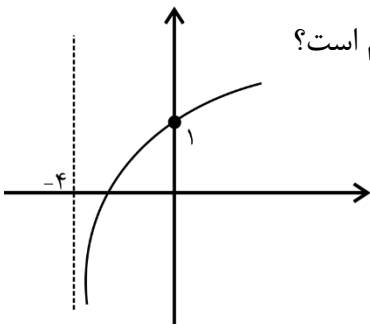
- (۱) $\frac{2}{m} - 1$ (۲) $\frac{3}{m} - 1$ (۳) $\frac{2}{m} + 1$ (۴) $\frac{3}{m} + 1$

۳- دنباله c و b و a هندسی و دنباله $2c$ و $4b$ و $8a$ حسابی است. مجموع مربعات جملات دنباله حسابی چند برابر مجموع مربعات جملات هندسی است؟

- (۱) $\frac{32}{5}$ (۲) $\frac{64}{5}$ (۳) $\frac{32}{7}$ (۴) $\frac{64}{7}$

۴- نمودار وارون تابع $f(x) = 2^x + a(\frac{1}{2})^{1-x} + b$ به صورت مقابل است. مقدار $f(4)$ کدام است؟

- (۱) 14 (۲) 30 (۳) 12 (۴) 28



۵- قطر یک مستطیل روی خط $x = 2y + 1$ و نقاط $(3, 4)$ و $(1, 2)$ راس‌های غیرمجاور این مستطیل هستند. اندازه ضلع بزرگ‌تر مستطیل کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{5}$

۶- سه نقطه $A(2, 3)$ و $B(8, 3)$ و $C(\alpha, \alpha - 1)$ مفروض است. به طوری که نقطه C روی خط $y = x - 1$ قرار دارد، تفاضل فواصل A و B از C بیشترین مقدار ممکن را دارد، α کدام است؟

- (۱) 0 (۲) 1 (۳) 2 (۴) 3

۷- مجموع جواب‌های معادله $x^{\log_2 x} = 6$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{19}{6}$

محل انجام محاسبات

۸- میدانیم در یک دنباله حسابی $S_n = an^2 + bn + c$ و میدانیم $a_5 = 4a$ و $a_1 = -8$ قدر نسبت کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹- معادله $2 \cot 2x = \cos^2 x - \tan x$ در بازه $[0, 2\pi]$ دارای چند جواب است؟

- ۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۰- مجموع جوابهای متمایز معادله $\sqrt{2} \left(\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} \right) = 4$ که در بازه $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ واقع اند کدام است؟

- π (۱) $\frac{3\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴)

۱۱- مجموع جوابهای معادله $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ که در بازه $[0, 2\pi]$ واقع هستند

کدام است؟

- $\frac{5\pi}{4}$ (۱) $\frac{7\pi}{6}$ (۲) 2π (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴)

۱۲- تعداد جوابهای معادله $\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0$ در بازه $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ چندتا است؟

- ۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۳- وارون تابع $f(x) = 2 \log_7(2x + a) + 3x - 1$ خط $y = 2x + 2$ را در نقطه‌ای به عرض -4 قطع می‌کند.

حاصل $f(-12)$ کدام است؟

- -29 (۱) -30 (۲) -28 (۳) -22 (۴)

۱۴- وارون تابع $f(x) = -\sqrt{2 - \sqrt{x+3}}$ از کدام نواحی مختصات عبور می‌کند؟

- (۱) چهارم و اول (۲) اول و دوم (۳) سوم و دوم (۴) سوم و چهارم

۱۵- تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 3x + 8 & x > 2 \\ -x^2 + ax + 2 & x \leq 2 \end{cases}$ به ازای چند مقدار صحیح a وارون پذیر می‌باشد؟

- ۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

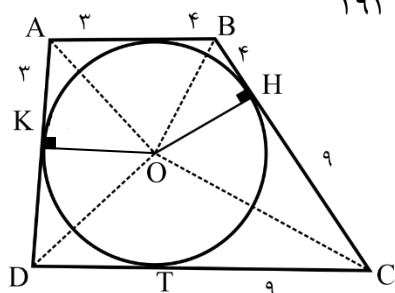
محل انجام محاسبات

۱۶- ذوزنقه‌ای با قاعده‌های به طول ۹ و ۲۱ و ارتفاع به طول ۸ در دایره‌ای محاط شده است. شعاع دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{3}$ (۲) $\frac{85}{8}$ (۳) $\frac{73}{8}$ (۴) $\frac{64}{5}$

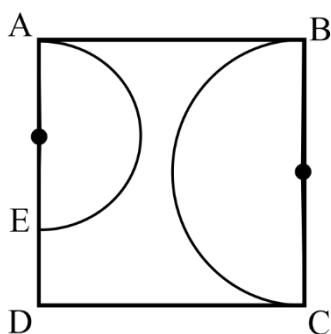
۱۷- اندازه یکی از قاعده‌های ذوزنقه‌ای برابر ۷ است. دایره محاط در ذوزنقه یکی از اضلاع غیرموازی را به دو پاره خط به طول‌های ۴ و ۹ تقسیم کرده است. مساحت ذوزنقه کدام است؟

- (۱) ۱۶۸ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۹۸ (۴) ۱۹۲



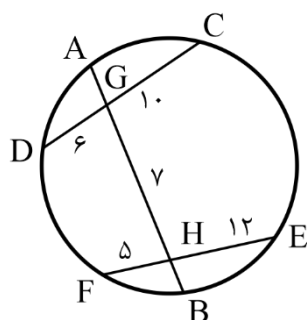
۱۸- در شکل زیر مربع به ضلع ۱۰ مفروض است و دو نیم دایره به قطر BC و به قطر AE می‌باشند. اندازه

مماس مشترک داخلی دو نیم دایره کدام است؟



- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{15}$ (۴) $2\sqrt{15}$

۱۹- در شکل زیر طول وتر AB کدام است؟



- (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

محل انجام محاسبات

۲۰- مجموعهٔ نقاطی که فاصله‌شان از نقطهٔ $A(\frac{1}{2}, 5)$ ، برابر فاصله‌شان از نقطهٔ $B(-1, 2)$ باشد، تشکیل یک شکل هندسی می‌دهند. مساحت این شکل کدام است؟

- (۱) 4π (۲) 5π (۳) 6π (۴) 7π

۲۱- اگر $\frac{2}{3}y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$ و $y = -\frac{3}{4}x + 6$ و $x = 10$ معادلهٔ سه ضلع مثلثی باشند، معادلهٔ دایرهٔ محاطی داخلی آن کدام است؟

$$(1) \left(x - \frac{22}{3}\right)^2 + (y - 2)^2 = \frac{49}{9}$$

$$(2) (x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 16$$

$$(3) \left(x - \frac{41}{6}\right)^2 + (y - 4)^2 = \frac{361}{36}$$

$$(4) \left(x - \frac{33}{4}\right)^2 + (y - 2)^2 = \frac{49}{16}$$

۲۲- خط قائم بر دو دایرهٔ $(x - 1)^2 + (y - 6)^2 = 7$ و $x^2 + y^2 - 26x + 12y - 3 = 0$ روی دایره‌ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع ۵ و تری به کدام طول جدا می‌کند؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $5\sqrt{2}$

۲۳- فرض کنید خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ و قطره‌های یک دایره و خط $4x + 3y + 5 = 0$ مماس بر دایره باشد. نزدیک‌ترین فاصله نقطه $M(2, -4)$ از دایره کدام است؟

$$(1) \sqrt{5} - 1$$

$$(2) \sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$(3) \sqrt{5} - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(4) \sqrt{5} - 2$$

محل انجام محاسبات

۲۴- دو دایره مماس برهم (مماس خارج)، داخل مربع ABCD به ضلع واحد قرار دارند. یکی از این دایره‌ها بر اضلاع AB و AD مماس است و دیگری بر اضلاع BC و CD. اگر شعاع یکی از دایره‌ها دو برابر دیگری باشد، مجموع شعاع‌های این دو دایره کدام است؟

$$(1) \quad 2 - \sqrt{2} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{2}-1}{2} \quad (3) \quad 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4) \quad \sqrt{2} - 1$$

۲۵- مماس‌های رسم شده از نقطه $P(1, 8)$ بر دایره $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 11 = 0$ ، با دایره در نقاط A و B تماس دارند. معادله دایره محیطی مثلث PAB کدام است؟

$$(1) \quad x^2 + y^2 - 4x - 10y + 13 = 0$$

$$(2) \quad x^2 + y^2 - 4x - 10y + 19 = 0$$

$$(3) \quad x^2 + y^2 - \frac{10}{3}x - 12y + 20 = 0$$

$$(4) \quad x^2 + y^2 - \frac{4}{3}x - 14y + 42 = 0$$

محل انجام محاسبات

۲۶- در مورد عدد 98765432 کدام گزینه درست است؟

(۱) باقی مانده تقسیم آن بر ۱۱ برابر ۴ است.

(۲) باقی مانده تقسیم آن بر ۸ برابر ۲ است.

(۳) این عدد بر ۹ بخش پذیر است.

(۴) تعداد شمارنده‌های طبیعی این عدد زوج است.

۲۷- کدام یک از اعداد زیر همواره بر ۵ بخش پذیر است؟

(۱) $a^{1403} - a$ (۲) $a^{1404} - a$ (۳) $a^{1405} - a$ (۴) $a^{1406} - a$

۲۸- مغازه‌ای برنج را فقط در کیسه‌های ۶ کیلویی و ۱۰ کیلویی عرضه می‌کند. احسان به چند روش می‌تواند از این

مغازه ۱۸۰ کیلو برنج بخرد؟

(۱) ۶ روش (۲) ۷ روش (۳) ۱۲ روش (۴) ۱۴ روش

۲۹- اگر $5 - 4a \equiv 3a + 4$ و a کوچکترین عدد اول ممکن باشد، مجموعه A اشتراک دو کلاس همنهشتی $3a + 3$

در $[4, 11]$ و $[4a - 5]$ است چند عدد از بازه $[284, 31]$ در A موجود است؟

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۰

۳۰- باقی مانده $3^8 \times 2^{32} + 7^{32}$ بر ۴۷ کدام است؟

(۱) ۱۳ (۲) ۱۷ (۳) ۲۵ (۴) ۱۹

۳۱- اگر $5 \equiv 0 \equiv -32 + 2x + x^2$ به ازای چند x در بازه $[-4, 24]$ معادله برقرار است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۴ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۳۲- گراف کامل از رتبه P تعداد یال‌هایش برابر با مجموع تعداد یال‌ها و راس‌های گراف کامل $(P - 2)$ راسی به علاوه ۶ است، P کدام است؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۳۳- در گرافی با ۱۰ راس یا ۴۱ یال $\min(\delta)$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)

۳۴- در گرافی از مرتبه ۱۰ و ۴۳ یال حداکثر چند راس δ داریم؟

- ۸ (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴)

۳۵- برای تبدیل گراف r منتظم از مرتبه p به گراف منتظم $\frac{r}{p}$ از مرتبه p ۱۸ یال کم می‌کنیم مجموع مقادیر ممکن برای r چند است؟

- ۱۰۸ (۱) ۵۴ (۲) ۲۷ (۳) ۳۶ (۴)

محل انجام محاسبات



حلج سنج

آزمون حلی سنج ۴

۲۵ آبان ماه ۱۴۰۳

پایه دوازدهم - رشته ریاضی فیزیک

دفترچه شماره ۲ از ۲

مدت پاسخگویی: ۶۵ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

| ردیف | بودجه‌بندی و پیمان‌های درسی | تعداد سوالات | دبیران طراح |
|------|--------------------------------|--------------|---|
| ۱ | فیزیک ۱ (دهم) ۱۰۰۹ تا ۱۰۱۲ | ۲۵ | پوریا دیار کجوری محمدجواد حیدری ابوالفضل علیدوست علی گندمی |
| | فیزیک ۲ (یازدهم) ۱۰۲۲ تا ۱۰۲۴ | | |
| | فیزیک ۳ (دوازدهم) ۱۲۰۷ تا ۱۲۰۹ | | |
| ۲ | شیمی ۱ (دهم) ۱۰۱۰ تا ۱۰۱۶ | ۲۰ | سید صمد صفوی حسن ایزدی مسعود خوش طینت محمد رضا زهره‌وند |
| | شیمی ۲ (یازدهم) - | | |
| | شیمی ۳ (دوازدهم) ۱۲۰۷ تا ۱۲۰۹ | | |

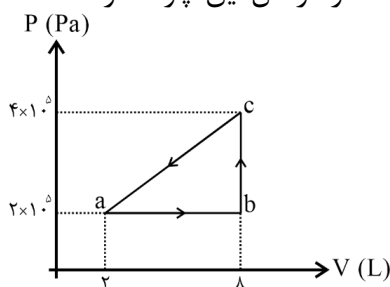
طراحی و پشتیبانی علمی
(به ترتیب حروف الفبا)

عرفان تیموری - امیررضا جدیدی - محمدصدرا حبیب خدا
سپهر کلانکی - ژیلوان محمدی‌پور - ارشیا محمدنژاد

@helli_sanj

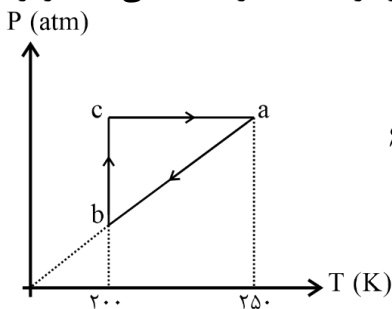
حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه‌حلی (۱) تهران مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۳۶- مقدار مشخصی از یک گاز کامل، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را می‌پیماید. گرمایی که گاز در کل این چرخه از دست می‌دهد چند ژول است؟



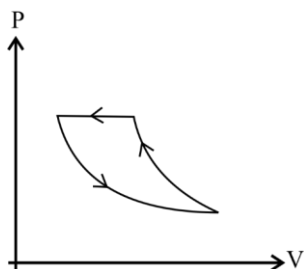
- (۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۴۰۰ (۴) ۶۰۰

۳۷- نمودار P-T برای یک مول گاز کامل به شکل زیر است. اگر گرمایی که گاز در فرایند ab از دست می‌دهد برابر ۸۰۰ ژول باشد، گرمای مبادله شده در فرایند ca چند ژول است؟ $(R = 8 \frac{J}{mol.K})$



- (۱) ۱۲۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۱۸۰۰ (۴) ۶۰۰

۳۸- نمودار P-V برای چرخه‌ای متشکل از سه فرایند هم فشار، هم‌دم و بی‌دررو به شکل زیر است. کدام عبارت در مورد این چرخه الزاماً درست است؟



- (۱) اندازه گرمای فرایند هم‌فشار از اندازه کار فرایند بی‌دررو بیشتر است.
 (۲) اندازه گرمای فرایند هم‌فشار از اندازه کار فرایند هم‌دم کمتر است.
 (۳) اندازه کار فرایند هم‌دم از اندازه گرمای فرایند هم‌دم بیشتر است.
 (۴) اندازه کار فرایند بی‌دررو از اندازه کار فرایند هم فشار کمتر است.

۳۹- بازده یک ماشین گرمایی ۷۵٪ است. در این صورت گرمایی که این ماشین به چشمه با دمای پایین می‌دهد، چند برابر کاری است که توسط ماشین انجام شده است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۴۰- بازده یک ماشین گرمایی ۲۰ درصد است. اگر بدون تغییر در گرمای داده شده به آن، گرمایی که به محیط تحویل می‌دهد ۲۵ درصد کاهش یابد، بازده این ماشین چند درصد می‌شود؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۲۵ (۳) ۶۰ (۴) ۵۰

محل انجام محاسبات

۴۱- نیروی ثابت $\vec{F} = 120\vec{i} + 50\vec{j}$ به جسمی به جرم 20 kg که روی سطح افقی ساکن است، وارد شده و جسم را به اندازه $\vec{d} = 8\vec{i}$ جابه‌جا می‌کند. اگر واحدها در SI باشد، کار این نیرو در این جابه‌جایی چند ژول است؟

(۱) ۱۳۶۰ (۲) ۹۶۰ (۳) ۱۰۴۰ (۴) ۲۶۴۰

۴۲- جرم یک موشک در حین حرکت ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. اگر انرژی جنبشی آن ثابت مانده باشد، تندی آن چند درصد افزایش یافته است؟

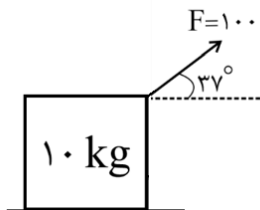
(۱) ۶۴ (۲) ۵۰ (۳) ۷۵ (۴) ۲۵

۴۳- جسمی را با سرعت اولیه 20 m/s در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. این جسم تا ارتفاع ۱۵ متر از نقطه پرتاب بالا می‌رود. چند درصد از انرژی جنبشی اولیه جسم توسط نیروی مقاومت هوا تلف شده است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) ۳۶ (۲) ۷۵ (۳) ۶۴ (۴) ۲۵

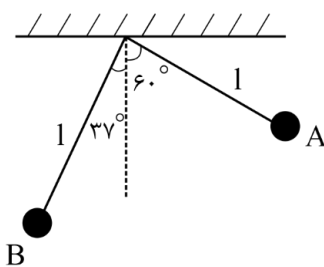
۴۴- در شکل زیر نیروی ثابت F باعث می‌شود جسم از حال سکون آغاز به حرکت کرده و پس از طی مسافت ۸ متر سرعت آن به 4 m/s برسد. اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند نیوتون است؟ ($\cos 37^\circ = \frac{4}{5}$)

(۱) ۷۵ (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴) ۵۰



۴۵- در شکل زیر طول نخ آونگ ۲ متر است و اثر مقاومت هوا ناچیز است. اگر تندی گلوله آونگ در نقطه A، 10 m/s باشد، تندی آن در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ ($\cos 37^\circ = \frac{4}{5}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{7}$ (۳) $2\sqrt{7}$ (۴) $4\sqrt{3}$



محل انجام محاسبات

۴۶- سنگی به جرم ۸۰۰ گرم را از سطح زمین با سرعت اولیه 60 m/s به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر نیروی ثابت مقاومت هوا به اندازه 4 N در طول مسیر به سنگ وارد شود، سنگ حداکثر تا چه ارتفاعی از سطح زمین بالا می‌رود؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

- ۸۰ (۱) ۵۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۹۰ (۴)

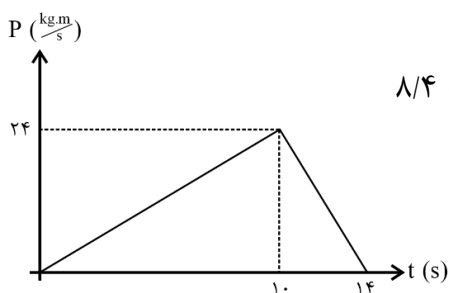
۴۷- پمپ آبی در مدت دو دقیقه ۹ متر مکعب آب با چگالی $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را از یک مخزن به مخزن دیگری در ارتفاع ۱۶ متری

مخزن اول می‌رساند. اگر توان ورودی پمپ 15 kW باشد، بازده پمپ چند درصد است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- ۸۰ (۱) ۲۰ (۲) ۶۰ (۳) ۴۰ (۴)

۴۸- به جسمی به جرم 4 kg نیروی افقی به مدت ۱۰ ثانیه اثر می‌کند و پس از آن قطع می‌شود و جسم پس از ۴ ثانیه از قطع نیرو F متوقف می‌شود. اگر نمودار تکانه - زمان برای این جسم به صورت زیر باشد، نیروی F چند نیوتون بوده

است؟



- ۳/۶ (۱) ۶ (۲) ۲/۴ (۳) ۸/۴ (۴)

۴۹- جسمی به جرم 300 g در شرایط خلاء از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از برخورد با زمین تا ارتفاع ۴۵ متری باز می‌گردد. اگر مدت زمان تماس جسم با سطح زمین 7 ms باشد، اندازه نیروی خالص متوسط وارد

بر جسم در مدت تماس با زمین چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- ۱۰۰۰ (۱) ۲۰۰۰ (۲) ۳۰۰۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴)

۵۰- در نقطه‌ای که فاصله آن از سطح زمین K برابر شعاع زمین است، شتاب گرانشی $\frac{1}{9}$ شتاب گرانش سطح زمین است.

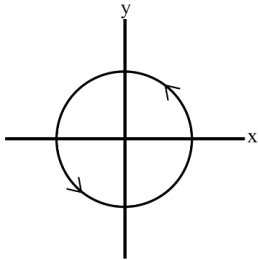
K کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۱- جرم زمین تقریباً ۸۱ برابر جرم ماه و شعاع زمین تقریباً ۳ برابر شعاع ماه است. اگر وزن جسمی در فاصله‌ای برابر شعاع ماه از سطح ماه W باشد، در چه فاصله‌ای از سطح زمین برحسب شعاع زمین، همان وزن W را خواهد داشت؟
 (۱) ۶ برابر (۲) ۵ برابر (۳) ۴ برابر (۴) ۸ برابر

۵۲- متحرکی روی مسیر دایره‌ای مانند شکل زیر با دوره تناوب ۲ s در حرکت دایره‌ای یکنواخت است. اگر بردار سرعت آن در یک لحظه به صورت $\vec{v} = -9\vec{j}$ باشد، بردار شتاب آن 0.5 پس از این لحظه کدام است؟ (واحد‌ها در SI هستند).



- (۱) $+18\pi\vec{i}$ (۲) $+9\pi\vec{j}$ (۳) $+9\pi\vec{i}$ (۴) $+18\pi\vec{j}$

۵۳- دو ماهواره A و B روی مدارهای دایره‌ای به طور یکنواخت به دور زمین می‌چرخند. اگر دوره حرکت ماهواره A، $\frac{\sqrt{3}}{9}$ برابر دوره ماهواره B باشد، شتاب مرکزگرای حرکت ماهواره B چند برابر ماهواره A است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{9}$

۵۴- وزنه‌ای را از انتهای فنری که طول عادی آن ۱۰ cm است، از سقف آویزان می‌کنیم و در حالت تعادل طول فنر به ۳۰ cm می‌رسد. این وزنه را به همین فنر بسته و روی سطح افقی بدون اصطکاک حول یک سر فنر به دوران درمی‌آوریم و سرعت دوران را به تدریج زیاد می‌کنیم تا طول فنر به ۲۰ cm برسد. در این حالت تندی حرکت وزنه چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱ (۲) ۰.۵ (۳) ۲ (۴) ۴

۵۵- در یک حرکت هماهنگ ساده در مدت زمان دلخواه $\frac{1}{3}$ دوره تناوب، اندازه بیشترین جابه‌جایی ممکن برای نوسانگر چند برابر کمترین مسافت ممکن برای آن است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

محل انجام محاسبات

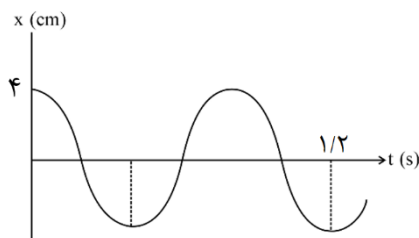
۵۶- معادله حرکت نوسانی ساده به صورت $x = 0.4 \cos 6\pi t$ در SI است. در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{24} s$ تا $t_2 = \frac{5}{18} s$ چند ثانیه حرکت نوسانگر کندشونده است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۵۷- معادله مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $x = A \cos(\frac{4\pi}{3}t)$ است. در $1/75 s$ اول حرکت، اندازه متوسط نوسانگر چند برابر تندی متوسط آن است؟

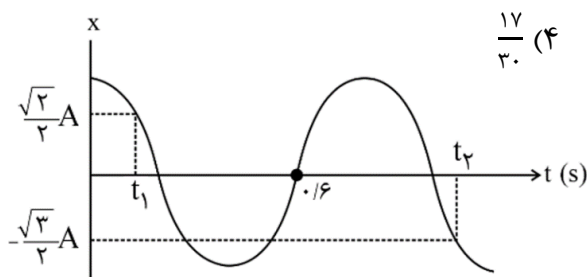
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۵۸- نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0.4 s$ تا $t_2 = 1 s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{7\pi}{6}$

۵۹- در نمودار مکان - زمان شکل زیر که مربوط به یک حرکت نوسانی ساده است بازه زمانی $t_2 - t_1$ چند ثانیه است؟



- (۱) $\frac{17}{12}$ (۲) $\frac{31}{30}$ (۳) $\frac{31}{24}$ (۴) $\frac{17}{30}$

۶۰- نوسانگری روی سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که نوسانگر تغییر جهت می‌دهد، بزرگی شتاب آن $0.9\pi^2 m/s^2$ و در لحظه‌ای که نیروی وارد بر آن صفر می‌شود، بزرگی سرعت آن $0.6\pi m/s$ است.

بزرگی شتاب در مکان $x = 2 cm$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) $\frac{9\pi^2}{200}$ (۲) $\frac{9\pi^2}{100}$ (۳) $\frac{9\pi^2}{50}$ (۴) $\frac{9\pi^2}{10}$

محل انجام محاسبات

۶۱- کدام گزینه صحیح است؟

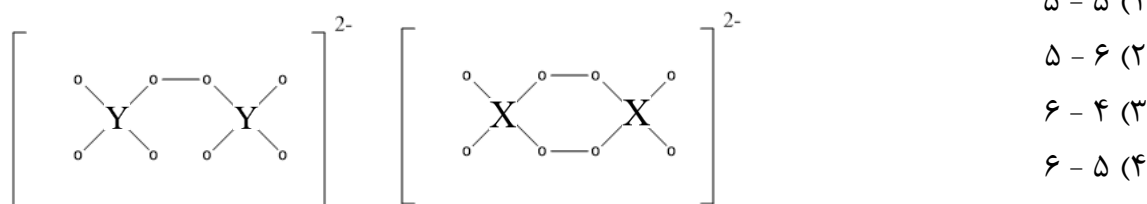
- (۱) هلیوم در صنعت منجمد سازی مواد غذایی کاربرد دارد.
- (۲) کشاورزان آمونیاک را به طور مستقیم و بدون واسطه به خاک تزریق می‌کنند.
- (۳) هلیوم برای انجام واکنش‌های هسته‌ای در دستگاه MRI استفاده می‌شود.
- (۴) آرگون همان جو بی اثر است.

۶۲- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

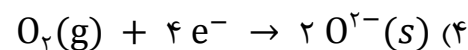
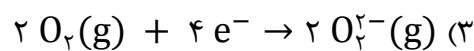
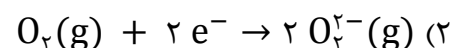
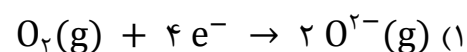
- (الف) زمین بخش عمده انرژی تابشی خورشید را بازتاب می‌کند.
- (ب) N_2O به رنگ قهوه‌ای دیده می‌شود و به همین دلیل هوای کلانشهرها قهوه‌ای روشن است.
- (پ) میانگین دمای گلخانه در زمستان؛ بیشتر از میانگین دمای سطح زمین در این فصل است.
- (ت) کل He تولیدی در ژرفای زمین از حفرات بین سنگ‌ها عبور کرده و وارد هواکره می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۳- پس از قرار دادن الکترون‌های ناپیوندی با رعایت قاعده اوکتت مشخص کنید که X و Y به ترتیب از راست به چپ چند الکترون در لایه ظرفیت خود دارند؟



۶۴- کدام گزینه مربوط به نیم‌واکنش کاهش در واکنش سوختن منیزیم است؟



محل انجام محاسبات

۶۵- کدام گزینه درست است؟

۱) اختلاف پتانسیل کاهشی استاندارد برای نیم سلول های طلا و هیدروژن از همین اختلاف برای نیم سلول های پلاتین و مس کمتر است.

۲) در یک سلول گالوانی، هرچه غلظت محلول آندی بیشتر باشد، ولتاژ سلول افزایش می یابد.

۳) در یک نیم سلول، بین تیغه و محلول اختلاف ولتاژی وجود دارد که به طور مستقیم قابل اندازه گیری نیست.

۴) نافلزات و فلزات واسطه همواره عدد اکسایش گوناگونی در ترکیبات خود دارند.

۶۶- باتوجه به جدول زیر کدام مورد نادرست می باشد؟

| | | |
|----------------|---------------|---|
| ۲ | ۱ | |
| SF_6 | مس(II) اکسید | ۱ |
| کروم(II) برمید | مس(I) کلرید | ۲ |
| آمونیم کلرید | آهن(II) کلرید | ۳ |
| CCl_4 | مس(I) اکسید | ۴ |

۱) نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب ردیف ۲ از ستون ۲ با نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب ردیف ۴ از ستون ۱ برابر است.

۲) ترکیب ردیف ۳ از ستون ۱ و ترکیب ردیف ۲ از ستون ۱ جزء ترکیب یونی دوتایی هستند.

۳) نام ترکیبی که در حضور نور خورشید با اکسیژن واکنش می دهد با نام ترکیب ردیف ۴ از ستون ۲ از لحاظ پیشوندها مشابه است.

۴) نام ترکیب ردیف ۱ از ستون ۲ و ردیف ۳ از ستون ۲ به ترتیب گوگرد هگزا فلئورید و آمونیم کلرید می باشد.

محل انجام محاسبات

۶۷- در میان گونه های زیر، مدل فضاپرکن چند گونه به ترتیب مشابه شکل های I، II و III هستند؟ (عددها از راست به چپ بخوانید)



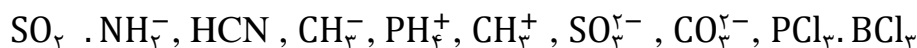
(I)



(II)



(III)



۳، ۲، ۴ (۴)

۲، ۳، ۳ (۳)

۲، ۲، ۴ (۲)

۳، ۲، ۳ (۱)

۶۸- وقتی تیغه ای از جنس فلز M را در محلولی از یونهای X^{2+} قرار می دهیم، با گذشت زمان رنگ محلول تغییر می کند و وقتی تیغه ای جنس فلز X را در محلولی از یونهای Y^{2+} قرار می دهیم، واکنش رخ نمی دهد. براین اساس کدام مطلب قطعاً درست است؟

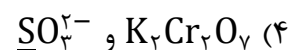
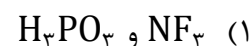
(۱) فلز M کاهنده قوی تری نسبت به فلز Y است.

(۲) در سلول گالوانی X-Y، نیم سلول X نقش آند را دارد.

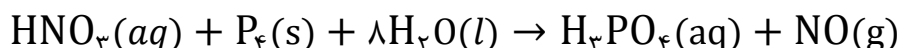
(۳) یونهای Y^{2+} اکسنده قویتری نسبت به X^{2+} هستند.

(۴) محلول دارای یونهای M^{2+} را می توان در ظرفی از جنس فلز X نگهداری کرد.

۶۹- در کدام دو گونه، عدد اکسایش اتمهایی که زیر آنها خط کشیده شده است، یکسان نیست؟



۷۰- با توجه به واکنش زیر کدام مطلب نادرست است؟ (واکنش به طور کامل موازنه نشده است)



(۱) شمار الکترون های مبادله شده در این واکنش پنج برابر ضریب استوکیومتری اسید ضعیف است.

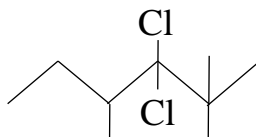
(۲) ضریب استوکیومتری ماده اکسنده، چهار برابر تغییر عدد اکسایش هر اتم کاهنده است.

(۳) مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده ها و واکنش دهنده ها برابر است.

(۴) عدد اکسایش اتم مرکزی دو اسید با هم برابر است.

محل انجام محاسبات

۷۱- کدام یک از موارد زیر درست هستند؟



(الف) دامنه تغییرات عدد اکسایش فسفر برابر با دامنه تغییرات عدد اکسایش اکسیژن است.

(ب) ۵ نوع اتم کربن بر اساس تفاوت عدد اکسایش در مولکول روبرو وجود دارد:

(ج) تغییر عدد اکسایش اتم های کربن در واکنش سوختن یک مول گلوکز و سوختن یک مول بنزن برابر با ۲۴ است.

(د) لزوم اینکه در یک واکنش اکسایش - کاهش یک عنصر هم نقش کاهنده و هم اکسنده داشته باشد، وجود آن عنصر در بیش از یک واکنش دهنده و یا فرآورده است.

(۱) الف - ب (۲) ب - ج (۳) ب - د (۴) ج - د

۷۲- اگر جرم تیغه های آندی و کاتدی در سلول گالوانی Zn—Ag در آغاز به ترتیب ۱۰/۶۵ و ۷/۸۴ گرم باشد،

هنگامی که جرم تیغه ها برابر می شود چند مول الکترون مبادله شده است؟

$$(Zn = 65, Ag = 108 \text{ g.mol}^{-1})$$

(۱) ۰/۰۱ (۲) ۰/۰۲ (۳) ۰/۰۴ (۴) ۰/۰۶

۷۳- کدام عبارت ها درست بیان شده اند؟

(آ) اگر در فشار ثابت دما (بر حسب درجه سلیسیوس) ۲ برابر شود، حجم دو برابر می شود.

(ب) اگر یک اتم اکسیژن از NO_2Cl کم کنیم، نسبت الکترون ناپیوندی به پیوندی ثابت می ماند.

(پ) مجموع الکترون پیوندی و ناپیوندی دی نیتروژن تترا اکسید برابر با ۳۴ است.

(ت) گاز اوزون از گاز اکسیژن ناپایدارتر و در نتیجه گندزدا بوده و نیروی بین مولکولی کمتری دارد.

(۱) آ - ب (۲) ب - پ (۳) پ - ت (۴) آ - ت

۷۴- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(الف) اکسیژن در سنگ کره به شکل اکسیدهای گوناگونی مثل بوکسیت (Al_2O_3 خالص) و SiO_2 یافت می شود.

(ب) نور ناشی از سوختن گوگرد نسبت به نور ناشی از سوختن پودر آهن دارای طول موج کوتاه تری است.

(پ) در سوختن ناقص به جای گاز کربن دی اکسید، گاز کربن مونوکسید تولید می شود که دارای چگالی بیش تر از هوا و قابلیت انتشار بسیار زیاد در محیط است.

(ت) از آهک که یک اکسید فلزی به شمار می آید در کنترل میزان اسیدی بودن آب دریاچه ها استفاده می شود.

(۱) ب و ت (۲) الف و ت

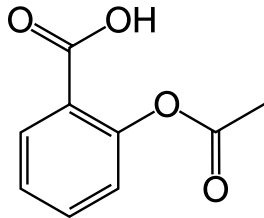
(۳) ب و پ (۴) الف و پ

محل انجام محاسبات

۷۵- با توجه به واکنش های تشکیل اوزون تروپوسفری، چند گرم اوزون از واکنش ۰/۵ لیتر گاز نیتروژن در شرایطی که حجم مولی گازها ۲۵ لیتر است، به دست می آید؟ $(O = 16 \frac{g}{mol})$

- ۰/۹۶ (۱) ۰/۴۸ (۲) ۳/۸۴ (۳) ۱/۹۲ (۴)

۷۶- در مولکول آسپرین با ساختار زیر مجموع عدد اکسایش اتم های کربن چند است و همچنین نسبت تعداد کربن های با عدد اکسایش (+۳) به کربن های با عدد اکسایش (-۱) کدام است؟



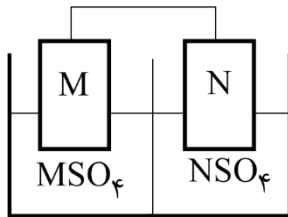
- ۰/۵ - ۰ (۱) ۰/۵ - +۲ (۲) ۰/۲۵ - ۰ (۳) ۰/۲۵ - +۲ (۴)

۷۷- تیغه ای از جنس روی به جرم ۱۰ گرم را درون ۱ لیتر محلول $1 \frac{mol}{L}$ از محلول مس (II) سولفات وارد می کنیم. پس از مبادله ی $10^{22} \times 12/04$ الکترون، جرم تیغه چند گرم می شود؟ $(Cu = 64, Zn = 65: \frac{g}{mol})$

- ۱۰/۹ (۱) ۱۰/۱ (۲) ۹/۹۹ (۳) ۱۰/۰۱ (۴)

۷۸- در سلول روبه رو قدرت اکسندگی $M^{2+} < N^{2+}$ است. کدام عبارت در مورد این سلول درست است؟

$$(N = 195 \text{ و } M = 55: \frac{g}{mol})$$



(۱) تغییر جرم آند بیشتر از تغییر جرم کاتد است.

(۲) جهت حرکت الکترون در مدار خارجی از سمت راست به سمت چپ است.

(۳) اگر تیغه N را در نمک M^{2+} قرار دهیم، واکنشی انجام نمی شود.

(۴) در صورت نبودن دیواره متخلخل، با گذشت زمان، اطراف تیغه N، غلظت کاتیون افزایش می یابد.

۷۹- ۱۰۰ گرم MnO_2 با درصد خلوص X را با ۱۰۰ گرم HCl با درصد خلوص Y وارد واکنش می کنیم. اگر در این واکنش ۱۰ لیتر گاز تولید شده باشد، نسبت درصد خلوص Y به X به تقریب کدام است؟ (حجم مولی گازها ۲۰ لیتر است)

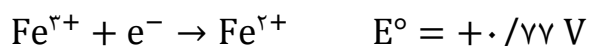
$$(MnO_2 = 87, HCl = 36/5: \frac{g}{mol})$$



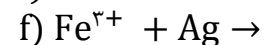
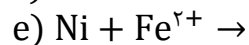
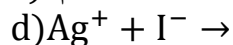
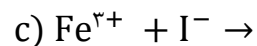
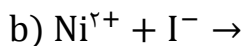
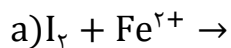
- ۱/۷ (۱) ۰/۶ (۲) ۲/۱ (۳) ۲/۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۸۰- با توجه به پتانسیل‌های کاهش‌ی استاندارد نیم‌واکنش‌های زیر:



چه تعداد از واکنش‌های زیر به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شوند؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات



حلج سنج

آزمون حلی سنج ۵

۲۵ آبان ماه ۱۴۰۳

پایه دوازدهم - رشته ریاضی

دفترچه پاسخ تشریحی جلد ۱

| ردیف | موارد امتحانی | تعداد سوال | از شماره | تا شماره | مدت پاسخگویی | طراحان |
|------|---------------|------------|----------|----------|--------------|--------|
| ۱ | حسابان | ۱۵ | ۱ | ۱۵ | ۶۵ | |
| ۲ | هندسه | ۱۰ | ۱۶ | ۲۵ | | |
| ۳ | ریاضیات گسسته | ۱۰ | ۲۶ | ۳۵ | | |

 @helli_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned}
 15 + 4^x &= 2^{x+2} \\
 2^x = t &\Rightarrow t^2 - 8t + 15 = 0 \\
 t = 3 = 2^x &\Rightarrow x = \log_2 3 \\
 t = 5 = 2^x &\Rightarrow x = \log_2 5 = \alpha \\
 \Rightarrow 4^{\alpha-1} &= \frac{1}{4} \times 25
 \end{aligned}$$

۲- پاسخ: گزینه ۲

$$\log_{12} 6 = \frac{\log_3 6}{\log_3 12} = \frac{1 + \log_3 2}{1 + 2 \log_3 2} = \frac{1}{m}$$

$$m + m \log_3 2 = 1 + 2 \log_3 2$$

$$\Rightarrow \log_3 2 = \frac{m-1}{2-m}$$

$$\log_{12} 18 = \frac{\log_3 18}{\log_3 12} = \frac{2 + \log_3 2}{1 + 2 \log_3 2} = \frac{2 + \frac{m-1}{2-m}}{1 + \frac{2m-2}{2-m}}$$

$$\Rightarrow \frac{3-m}{m} = \frac{3}{m} - 1$$

۳- پاسخ: گزینه ۴

هندسی c و b و a

هم هندسی و هم حسابی a و b و c

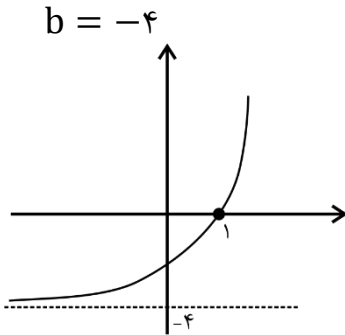
$$\Rightarrow 2c = 4b = 8a$$

$$\Rightarrow \frac{64a^2 + 64a^2 + 64a^2}{a^2 + 4a^2 + 16a^2} = \frac{64}{7}$$

۴- پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = 2^x + \frac{a}{2} \times 2^x + b = 2^x \left(1 + \frac{a}{2} \right) + b$$

نمودار f به صورت مقابل است:



$$f(1) = 0 \Rightarrow 2 \left(1 + \frac{a}{2} \right) - 4 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2^{x+1} - 4 \Rightarrow f(4) = 28$$

۵- پاسخ: گزینه ۲

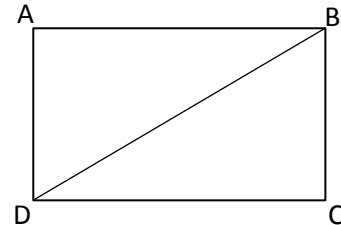
$$AB \perp BC \Rightarrow \frac{3-a}{3-2a} \times \frac{a+1}{2a-1} = -1$$

$$\Rightarrow -a^2 + 2a + 3 = 4a^2 - 8a + 3$$

$$\Rightarrow 5a^2 - 10a = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ or } a = 2$$

$$\Rightarrow D(5, 2) \text{ و } B = (1, 0)$$

$$AB = 3\sqrt{2}, BC = \sqrt{2}$$



۶- پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم نقطه C روی خط $y = x - 1$ مفروض است و نقاط A و B دو طرف خط هستند زیرا $A(2,3)$ بالا خط و $B(8,3)$ زیر خط است پس:

طبق نامساوی مثلث می‌دانیم $|AC - CB'| \leq AB'$ و اگر C را روی نقطه D قرار دهیم $|AC - CB'| = AB'$ می‌شود پس بیشترین تفاضل AB' می‌شود (چون $AB' = AB$ کلیت مسئله ثابت می‌ماند).
حال اول قرینه B را نسبت به خط $y = x - 1$ بدست می‌آوریم:

$$BB' \perp y = x - 1 \Rightarrow BB': y = -x + c \Rightarrow B(8,3)$$

$$\Rightarrow 3 = -8 + c \Rightarrow c = 11 \Rightarrow BB': y = 11 - x \Rightarrow \frac{|-8 - 3 - 1|}{\sqrt{2}} = \frac{|x - (11 - x) - 1|}{\sqrt{2}}$$

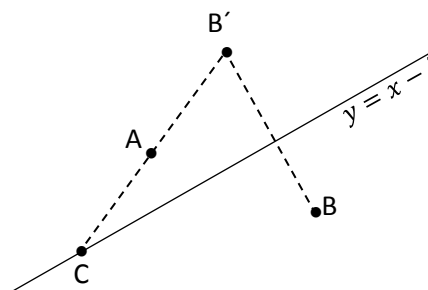
$$\Rightarrow 2x - 12 = 4 \Rightarrow x = 8, y = 3 \quad \times$$

$$\Rightarrow 2x - 12 = -4 \Rightarrow x = 4, y = 7$$

پس AB' را با $y = x - 1$ تقاطع بدهیم:

$$AB' = \frac{7-3}{4-2}x + c = y \Rightarrow A(2,3) \Rightarrow 3 = c + 4 \Rightarrow AB': 2x - 1 = y, y = x - 1$$

$$\Rightarrow x = 0, y = -1 \Rightarrow \alpha = 0$$



۷- پاسخ: گزینه ۴

$$x^{\log_3 2x} = 6 \quad 2x > 0 \text{ و } \log_3 2 = 1 \neq 6$$

$x > 0 \neq x$ پس مجازیم از دو طرف در مبنای X لگاریتم بگیریم:

$$\log_3 2x = \log_x 6 \Leftrightarrow \frac{\log 2x}{\log 3} = \frac{\log 6}{\log x}$$

$$y = \log x \Leftrightarrow y^2 + y \log 2 - \log 3 \times \log 6 \Leftrightarrow y_1 = \log 3, y_2 = \log \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \log 3 = \log x_1 \Rightarrow x_1 = 3$$

$$\Rightarrow \log \frac{1}{6} = \log x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{6}$$

۸- پاسخ: گزینه ۴

$$S_n = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2} = an^2 + bn + c \Rightarrow \frac{d}{2}n^2 + \left(a_1 - \frac{d}{2}\right)n = an^2 + bn + c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{d}{2} \\ b = a_1 - \frac{d}{2} \\ c = \cdot \Rightarrow \frac{a_5 - a_1}{5-1} = \frac{2d+8}{4} = d \Rightarrow d = 4 \end{cases}$$

۹- پاسخ: گزینه ۱

$$2 \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \cos^2 x - \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\frac{2 \cos 2x}{\sin 2x} = \frac{\cos^2 x - \sin x}{\cos x} \Rightarrow \frac{2 \cos 2x}{2 \sin x \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin x}{\cos x}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos 2x}{\sin x} = \cos^2 x - \sin x \Rightarrow$$

$$\cos 2x = \cos^2 x \sin x - \sin^2 x \Rightarrow$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x \sin x - \sin^2 x \Rightarrow$$

$$\cos^2 x = \cos^2 x \sin x \Rightarrow \cos^2 x - \cos^2 x \sin x = \cdot$$

$$\cos^2 x(1 - \cos x \sin x) = \cdot \Rightarrow \cos x \sin x = 1 \text{ و } \cos x = \cdot$$

$$۱) \frac{1}{2} \sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = 2$$

$$۲) \cos x = \cdot$$

هر دو نتایج ۱ و ۲ قابل قبول نمی‌باشند.

(عبارت ۲ قابل قبول نیست چون ریشه مخرج معادله می‌باشند.)

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sin x + \cos x}{\sin x \cos x} \right) = 4 \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}))}{\frac{1}{2} \sin x} = 4$$

$$\Rightarrow 2 \sin(x + \frac{\pi}{4}) = 2 \sin 2x \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4})$$

$$2x = 2k\pi + x + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$2x = 2k\pi - x + \frac{\pi}{4} \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}$$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_2 = -\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \text{ و } x_3 = \frac{\pi}{4} \quad \text{غ ق ق}$$

$$x_2 = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

$$S = \frac{3\pi}{4}$$

هشدار: باید مواظب باشید که ریشه‌های بدست آمده، ریشه‌های مخرج معادله نباشد.

۱۱- پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned}
 & \left(\sin x \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6} \right) - \left(\sin x \cos \frac{2\pi}{3} + \cos x \sin \frac{2\pi}{3} \right) \\
 &= \cos x \cos \frac{\pi}{6} - \sin x \sin \frac{\pi}{6} \\
 &\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x \right) - \left(-\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) \\
 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \right) \\
 &\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} (\sin x - \cos x) + \frac{1}{2} (\sin x - \cos x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin x - \cos x) \\
 &\Rightarrow (\sin x - \cos x) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin x - \cos x) \\
 &\Rightarrow \sin x - \cos x = 0 \Rightarrow \sin x = \cos x \Rightarrow \tan x = 1 \\
 &\tan x = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{4} \cdot x_2 = \frac{5\pi}{4} \\
 &S = \frac{3\pi}{2}
 \end{aligned}$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۳

$$1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 4 = 0$$

غیر قابل قبول $\sin x = -2/5$ و $\sin x = 1$ $\Rightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 4 = 0$

$$\sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{2} \text{ و } x_2 = \frac{5\pi}{2}$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۱

چون تابع f^{-1} و $y = 2x + 2$ همدیگر را در نقطه $A \left| \begin{matrix} -3 \\ -4 \end{matrix} \right.$ قطع می‌کنند پس $f^{-1}(-3) = -4$ یا $f(-4) = -3$ بنابراین:

$$2 \log_2(a - 8) = 10 \Rightarrow \log_2(a - 8) = 5$$

$$a - 8 = 32 \Rightarrow a = 40$$

$$f(x) = 2 \log_2(2x + 40) + 3x - 1$$

$$f(-12) = 2 \log_2(16) - 36 - 1 = 8 - 36 - 1 = -29$$

۱۴- پاسخ: گزینه ۳

تابع f در دامنه‌اش اکیداً صعودی است.

$$2 - \sqrt{x+3} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+3} \leq 2 \Rightarrow 0 \leq x+3 \leq 4$$

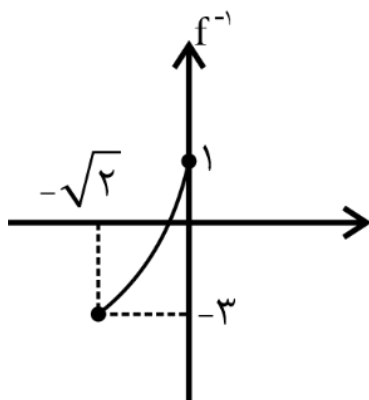
$$\Rightarrow -3 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_f = [-3, 1]$$

چون تابع f در دامنه‌اش پیوسته و اکیداً صعودی است.

$$\text{پس: } R_f = [-\sqrt{2}, 0] \text{ یا } R_f = [f(-3), f(1)]$$

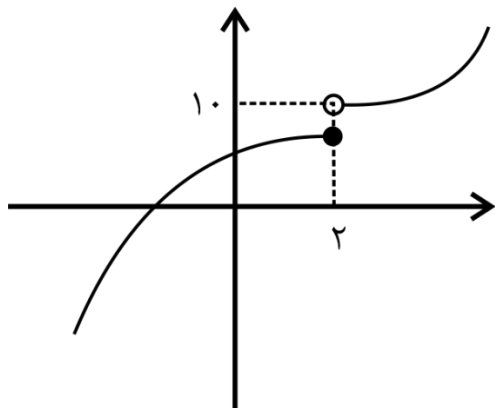
پس تابع f^{-1} در بازه $[-\sqrt{2}, 0]$ اکیداً صعودی است.

$$D_{f^{-1}} = R_f = [-\sqrt{2}, 0] \text{ و } R_{f^{-1}} = D_f = [-3, 1]$$



۱۵- پاسخ: گزینه ۴

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^3 + 9 & x > 2 \\ -x^2 + ax + 2 & x \leq 2 \end{cases}$$



حال نمودار را در شرایط یک به یک بودن (وارون پذیری) رسم می‌کنیم.
برای آن سهمی $y = -x^2 + ax + 2$ شرایط را داشته باشد باید

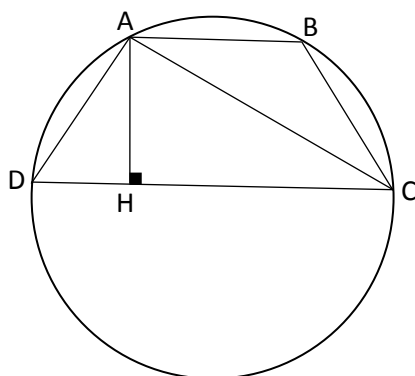
$$\begin{cases} x_s \geq 2 \rightarrow \frac{a}{2} \geq 2 \rightarrow a \geq 4 \\ y(2) \leq 10 \rightarrow -4 + 2a + 2 \leq 10 \rightarrow 2a \leq 12 \rightarrow a \leq 6 \end{cases}$$

پس:

$$4 \leq a \leq 6$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

چون دوزنقه درون دایره محاط شده است، پس متساوی الساقین است.



$$AD = BC \rightarrow DH = \frac{21 - 9}{2} = 6$$

$$\triangle ACH: AC^2 = AH^2 + HC^2 \rightarrow AC^2 = 64 + 225 \rightarrow AC = 17$$

$$\triangle ADH: AD^2 = AH^2 + HD^2 \rightarrow AD^2 = 64 + 36 \rightarrow AD = 10$$

$$R_{\triangle ACD} = \frac{abc}{4s} = \frac{AD \times AC \times DC}{4 \times \frac{AH \times DC}{2}} = \frac{AD \times AC}{2AH} = \frac{10 \times 17}{2 \times 8} = \frac{85}{8}$$

۱۷- پاسخ: گزینه ۱

از آنجا که نقطه O محل هم‌مرسی نیمسازهای دوزنقه است، می‌توان گفت:

$$\widehat{BOC} = \frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \text{ و } \widehat{AOD} = \frac{\widehat{A}}{2} + \frac{\widehat{D}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

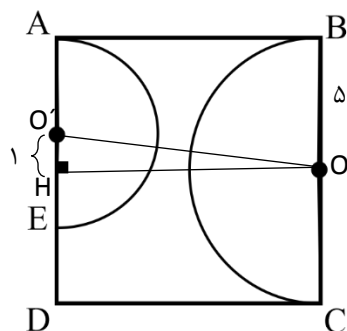
$$\triangle BOC: OH^2 = BH \times CH = 4 \times 9 \rightarrow OH = 6$$

$$\triangle OAD: OK^2 = AK \times KD \rightarrow 36 = 3 \times KD \rightarrow KD = 12$$

$$KD = DT = 12 \rightarrow CD = 21 \rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(7 + 21) \times 12 = 168$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۲

از O عمودی بر AD رسم می‌کنیم:



$$OO'^2 = OH^2 + OH'^2$$

$$OO'^2 = 1 + 100 = 101$$

$$\Rightarrow \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} = \sqrt{101 - (5 + 4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۲ فرض : $AG = x$ و $HB = y$

* $AG \times GB = GC \times GD$
 $x \times (y + y) = 10 \times 6$

** $HB \times HA = HE \times HF$
 $y \times (y + x) = 12 \times 5$

$$y(y + y) = y(y + x) \rightarrow x = y$$

$$\rightarrow x \times (y + x) = 60 \rightarrow x = 5 \text{ و } y = 5 \rightarrow AB = y + 5 + 5 = 17$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 5)^2} = 2\sqrt{(x + 1)^2 + (y - 2)^2}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 5)^2 = 4(x + 1)^2 + 4(y - 2)^2$$

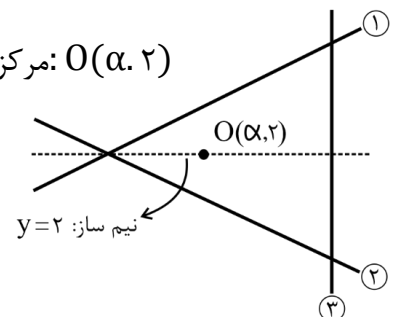
$$\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 9x - 6y - \frac{21}{4} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 3x - 2y - \frac{7}{4} = 0 \Rightarrow R = \frac{1}{2} \sqrt{9 + 4 + 4 \times \frac{7}{4}} = \sqrt{5} \Rightarrow S = \pi(\sqrt{5})^2 \Rightarrow S = 5\pi$$

۲۱- پاسخ: گزینه ۴

معادله اضلاع $\left\{ \begin{array}{l} 1) y = \frac{3}{4}x - 2 \\ 2) y = -\frac{3}{4}x + 6 \\ 3) x = 10 \end{array} \right.$

مرکز دایره محاطی داخلی $\rightarrow y = 2$: نیم ساز $O(\alpha, 2)$



$$\Rightarrow 10 - \alpha = \frac{|-3\alpha + 8 + 8|}{\sqrt{9 + 16}} \Rightarrow 50 - 5\alpha = |16 - 3\alpha|$$

۱) $50 - 5\alpha = 16 - 3\alpha \rightarrow \alpha = 17$ غقق

۲) $50 - 5\alpha = 3\alpha - 16 \rightarrow \alpha = \frac{33}{4}$ قق $\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{مرکز دایره: } O\left(\frac{33}{4}, 2\right) \\ \text{شعاع دایره: } R = 10 - \alpha = \frac{7}{4} \end{array} \right.$

۲۲- پاسخ: گزینه ۱

منظور از خط قائم بر دو دایره، خط مرکزین دو دایره است:

$$\begin{cases} O_1 (1, 6) \\ O_2 (13, -6) \end{cases} \Rightarrow d: y = -x + 7$$

معادله دایره به مرکز مبدا مختصات و شعاع ۵ عبارت است از:

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$\Rightarrow x^2 + (-x + 7)^2 = 25 \Rightarrow 2x^2 - 14x + 24 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x - 4) = 0 \Rightarrow A(3, 4) \text{ و } B(4, 3) \Rightarrow AB = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

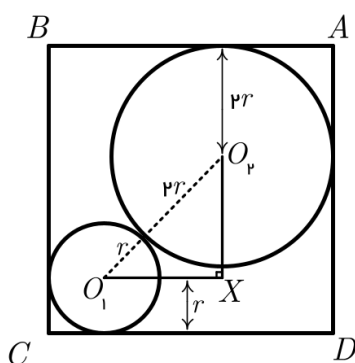
۲۳- پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow O \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow |OH| = R = \frac{|4 \times 2 + 3 \times (-1) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\text{نزدیکترین فاصله نقطه } m \text{ از دایره } MO - R = \sqrt{(4 - 2)^2 + (-2 + 1)^2} - 2 = \sqrt{5} - 2$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۱

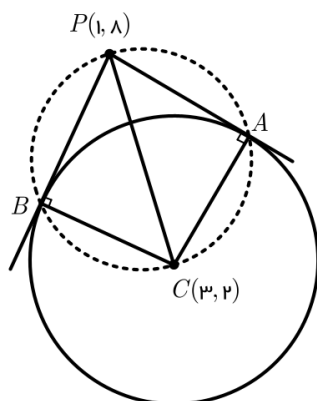


بدون کم شدن کلیات مسئله فرض می‌کنیم دایره بزرگتر به راس A نزدیکتر است. از O_1 خطی موازی CD و از O_2 خطی موازی AD رسم می‌کنیم، این دو خط و خط مرکزین O_1O_2 ، مثلث قائم الزاویه O_1XO_2 را تشکیل می‌دهند. با توجه به شکل طول ضلع O_2X برابر است با $O_2X = AD - 2r - r = 1 - 3r$ و به همین صورت می‌توان گفت که $O_1X = CD - 2r - r = 1 - 3r$ ؛ پس مثلث O_1XO_2 قائم الزاویه متساوی الساقین بوده و در نتیجه $O_1O_2 = O_2X \times \sqrt{2}$ داریم:

$$O_1O_2 = r + 2r = 3r = O_2X\sqrt{2} = (1 - 3r)\sqrt{2} \Rightarrow 3r = (1 - 3r)\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} - 3r\sqrt{2} = 3r \Rightarrow 3r(1 + \sqrt{2}) = \sqrt{2} = 3r = \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = 2 - \sqrt{2}$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۲



با توجه به اینکه شعاع دایره بر مماس رسم شده بر آن عمود است نتیجه می‌شود که $\widehat{PAC} = 90^\circ$ و $\widehat{PBC} = 90^\circ$. پس چهارضلعی $PACB$ محاطی می‌باشد و در نتیجه چهار نقطه A, B, C, P روی یک دایره قرار دارند و چون سه نقطه A, B, C روی دایره محیطی مثلث PAB قرار دارند نقطه C نیز روی این دایره قرار دارد و PC قطر این دایره است. پس نقاط $(2, 3)$ و $(8, 1)$ دو سر قطر این دایره هستند و معادله دایره نیز چنین به دست می‌آید:

$$O = \frac{C + P}{2} = (5, 2) \text{ و } |PC| = 2R = \sqrt{40} \rightarrow R = \sqrt{10}$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 10y + 19 = 0$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۳

برای پیدا کردن باقی مانده این عدد بر ۱۱ خواهیم داشت $۹-۸+۷-۶+۵-۴+۳-۲+۱$ که می شود ۴- پس باقی مانده تقسیم این عدد بر ۱۱ می شود ۷.

در گزینه ۲ برای پیدا کردن باقی مانده این عدد بر ۸ کافی است باقی مانده ۴۳۲ را پیدا کنیم که ۰ می شود. در گزینه ۳ برای پیدا کردن باقی مانده این عدد بر ۹ کافی است مجموع ارقام آن یعنی ۴۴ را بررسی کنیم که ۸ می شود. در گزینه ۴ این عدد چون یکانش ۲ است قطعاً مربع کامل نیست پس تعداد شمارنده های طبیعی آن قطعاً زوج است.

۲۷- پاسخ: گزینه ۳

می دانیم رقم یکان a^{k+1} با رقم یکان a برابر است. پس رقم یکان گزینه ۳ برابر با صفر می شود و همواره بر ۵ بخش پذیر است. برای سایر گزینه ها به راحتی می توان مثال نقض پیدا کرد.

۲۸- پاسخ: گزینه ۲

$$6x + 10y = 180$$

$$3x + 5y = 90$$

| | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|
| x | ۳۰ | ۲۵ | ۲۰ | ۱۵ | ۱۰ | ۵ | ۰ |
| y | ۰ | ۳ | ۶ | ۹ | ۱۲ | ۱۵ | ۱۸ |

معادله ۷ جواب حسابی دارد.

۲۹- پاسخ: گزینه ۱

$$3a + 4 \equiv 4a - 5 \pmod{9} \Rightarrow a \equiv 9 \pmod{9} \Rightarrow a = 3$$

$$t : \begin{cases} [13]_4 = 13 + 4k \\ [7]_{11} = 7 + 11k \end{cases}$$

$$t \equiv 13 \pmod{4}$$

$$t \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow 11J + 7$$

$$\Rightarrow 11J + 7 \equiv 13 \pmod{4} \Rightarrow -J \equiv 6 \pmod{4} \Rightarrow J \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow t = 29 + 44m$$

پنج عدد مانند t در بازه معلوم وجود دارد.

۳۰- پاسخ: گزینه ۴

$$3^8 \times 2^{32} \equiv 4^8 \equiv 1$$

$$7^{32} \equiv 49^{16} \equiv 21^8 \equiv 64^4 \times 16^4 \equiv 17^{16} \times 16^4 \equiv (4 \times 17)^2 \equiv 68^2 \equiv 21 \equiv 49 \times 9 \equiv 18 \Rightarrow 18 + 1 = 19$$

۳۱- پاسخ: گزینه ۲

$$x^2 + 2x - 33 \equiv x^2 - 8x - 33 \equiv (x - 11)(x + 3) \equiv 0$$

$$\Delta | x - 11 \Rightarrow x \equiv 11 \Rightarrow x = 11, 16, 21, 6, 1$$

$$\Delta | x + 3 \Rightarrow x \equiv -3 \Rightarrow -x = -3, 2, 7, 12, 17$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{P(P-1)}{2} = (P-2) + \frac{(P-2)(P-3)}{2} + 6 \Rightarrow P = 7$$

۳۳- پاسخ: گزینه ۲

کافی است ۴ یالی را از یک راس جدا کنیم تا δ کمترین مقدار شود: $9 - 4 = 5$

۳۴- پاسخ: گزینه ۴

تعداد یال‌های گراف (k_1) مساوی ۴۵ است، کافی است دو یال را از ۴ راس مجزا جدا کنیم.

۳۵- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{pr}{2} - u = \frac{pr}{3 \times 2} \quad \frac{2pr}{6} = 18 \quad pr = 54$$

$$pr = 54 \mid 54 \times 1 \mid 27 \times 2 \mid 18 \times 3 \mid 9 \times 6$$

r باید بر ۳ بخش پذیر باشد پس $p = 9$ یا $p = 18$



حلج سنج

آزمون حلی سنج ۵

۲۵ آبان ماه ۱۴۰۳

پایه دوازدهم - رشته ریاضی

دفترچه پاسخ تشریحی جلد ۲

مدت پاسخگویی: ۶۵ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

| ردیف | موارد امتحانی | تعداد سوال | از شماره | تا شماره | مدت پاسخگویی | طراحان |
|------|---------------|------------|----------|----------|--------------|--------|
| ۱ | فیزیک | ۲۵ | ۳۶ | ۶۰ | ۴۰ | |
| ۲ | شیمی | ۲۰ | ۶۱ | ۸۰ | ۲۵ | |

 @helli_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۳۶- پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم که در یک چرخه کل گرمای مبادله شده برابر است با قرینه کل کار ($Q_t = -W_t$)

$$W_t = \text{مساحت داخل چرخه} = \frac{1}{2}(6 \times 10^{-3})(2 \times 10^5) = 600 \text{ J}$$

چون چرخه پاد ساعتگرد است، کار آن مثبت است. پس $Q_t = -600 \text{ J}$

۳۷- پاسخ: گزینه ۱

$$\Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{ac} = 0 \Rightarrow Q_{ab} + Q_{ca} + W_{ca} = 0$$

$$Q_{ca} + W_{ca} = 800$$

$$W_{ca} = -P\Delta V = -nR\Delta T = -1 \times 8 \times 50 = -400 \text{ J}$$

$$Q_{ca} - 400 = 800 \Rightarrow Q_{ca} = 1200 \text{ J}$$

۳۸- پاسخ: گزینه ۱

$$\Delta U_{\text{هم دما}} + \Delta U_{\text{هم فشار}} + \Delta U_{\text{بی دررو}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{هم فشار}} + W_{\text{هم فشار}} + W_{\text{بی دررو}} = 0$$

با توجه به شکل، هر دو کار فرایندهای بی‌دررو و هم‌فشار مثبت هستند و با هم جمع می‌شوند و اندازه Q هم‌فشار با مجموع اندازه آن دو کار برابر است، پس از کار فرایند بی‌دررو بیشتر خواهد بود.

۳۹- پاسخ: گزینه ۴

$$\eta = \frac{W}{Q_H} \Rightarrow \frac{W}{Q_H} = 0.75 = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} \Rightarrow \frac{Q_L}{Q_H} = 0.25$$

$$\frac{\frac{Q_L}{Q_H}}{\frac{W}{Q_H}} = \frac{Q_L}{W} = \frac{0.25}{0.75} = \frac{1}{3}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۱

$$\eta = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{Q_L}{Q_H} = \frac{4}{5} \Rightarrow Q_L = \frac{4}{5} Q_H$$

$$Q'_L = \frac{2}{4} \times \frac{4}{5} Q_H = \frac{2}{5} Q_H \Rightarrow \eta' = 1 - \frac{Q'_L}{Q_H} = 1 - \frac{\frac{2}{5} Q_H}{Q_H} = \frac{3}{5} = 60\%$$

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به این که جابه‌جایی افقی است، پس مولفه عمودی نیروی کار انجام نمی‌دهد:

$$W = Fd \cos \alpha = 8 \times 120 = 960 \text{ J}$$

۴۲- پاسخ: گزینه ۴

$$K_2 = K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Rightarrow 0.64 m_1 v_2^2 = m_1 v_1^2 \Rightarrow 0.8 v_2 = v_1$$

$$v_2 = \frac{10}{8} v_1 = 1.25 v_1$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۴

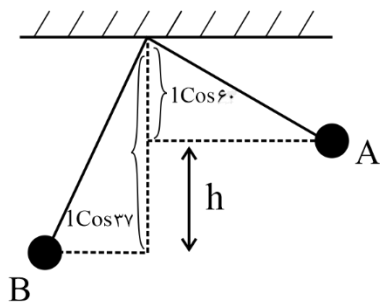
$$\left. \begin{aligned} K_1 &\Rightarrow \frac{1}{2} m \times 20^2 = 200 \text{ m} \\ \Delta E &= 150 \text{ m} - 200 \text{ m} = -50 \text{ m} \\ U_2 &= mgh = m \times 10 \times 15 = 150 \text{ m} \\ \Rightarrow \frac{50 \text{ m}}{200 \text{ m}} &= \frac{1}{4} = 25\% \end{aligned} \right\}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۳

$$W_t = \Delta K \Rightarrow Fd \cos 37^\circ + f_k d \cos 180^\circ = \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 - 0 = 80 \text{ J}$$

$$100 \times 8 \times \frac{8}{10} - f_k \times 8 = 80 \Rightarrow f_k = 70 \text{ N}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۲



$$h = l \cos 37 - l \cos 60 = 2 \times 0.8 - 2 \times \frac{1}{2} = 0.6 \text{ m}$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \times 10^2 + 10 \times 0.6 = \frac{1}{2} \times v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 112 \Rightarrow v_B = \sqrt{112} = 4\sqrt{7} \text{ m/s}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{1}{2} m v^2 + W_f = mgh \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - mgh = f_D h$$

$$\frac{1}{2} \times 0.8 \times 60^2 - 0.8 \times 10 \times h = 4h \Rightarrow 12h = 1440 \Rightarrow h = 120 \text{ m}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۱

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{9000 \times 10 \times 16}{2 \times 60} = 12000 \text{ W} = 12 \text{ kW}$$

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 80\%$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا از مرحله دوم نیروی مقاومت وارد بر جسم را پیدا می‌کنیم.

$$f = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{24}{4} = 6 \text{ N}$$

در مرحله اول علاوه بر نیروی F نیروی مقاوم نیز به جسم وارد شده است:

$$F - f = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F - 6 = \frac{24}{10} \Rightarrow F = 8.4 \text{ N}$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = 10 \times 80 = \frac{1}{2} \times v_1^2 \Rightarrow v_1 = 40 \text{ m/s} \downarrow$$

$$mgh_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = 10 \times 45 = \frac{1}{2} \times v_2^2 \Rightarrow v_2 = 30 \text{ m/s} \uparrow$$

$$\Delta v = 30 - (-40) = 70 \text{ m/s}$$

$$F\Delta t = m\Delta v \Rightarrow F \times 7 \times 10^{-3} = 700 \Rightarrow F = 100 \text{ N}$$

$$F = 100 \text{ N}$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{g}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{R_e}{R_e + h} = \frac{1}{3} \Rightarrow 2R_e = R_e + h \Rightarrow h = R_e$$

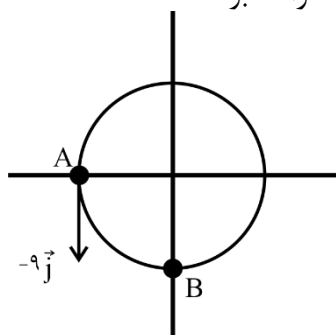
۵۱- پاسخ: گزینه ۲

$$W = G \frac{M_m m}{(rR_m)^2} = G \frac{M_e m}{(R_e + h)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4R_e^2} = \frac{1}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{3}{2R_e} = \frac{1}{R_e + h} \Rightarrow 3R_e = R_e + h \Rightarrow h = 2R_e$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۳

با توجه به این که بردار سرعت مماس بر مسیر حرکت است، پس متحرک ابتدا در نقطه A قرار دارد و ۰/۵ ثانیه بعد، یک ربع دایره چرخیده و به نقطه B می‌رسد. پس بردار شتاب آن در راستای j و در جهت مثبت خواهد بود.



$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow r = \frac{vT}{2\pi} = \frac{9 \times 2}{2\pi} = \frac{9}{\pi}$$

$$|a| = \frac{v^2}{r} = \frac{81}{\frac{9}{\pi}} = 9\pi \text{ m/s}^2 \Rightarrow \vec{a} = 9\pi \vec{j}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۱

$$\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{2}{1} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 = \frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{a_B}{a_A} = \frac{r_B \omega_B^2}{r_B \omega_A^2} = \frac{r_B}{r_A} \times \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = 3 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{9}\right)^2 = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

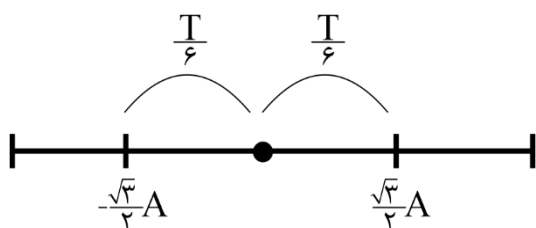
۵۴- پاسخ: گزینه ۱

در حالت اول وزن و زنه برابر با نیروی فنر است و در حالت دوم چون تغییر طول فنر نصف حالت اول است پس نیروی وارد از طرف فنر به زنه برابر با نصف وزن و زنه است:

$$\frac{mg}{2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{v^2}{0.2} \Rightarrow v^2 = 1 \Rightarrow v = 1 \frac{m}{s}$$

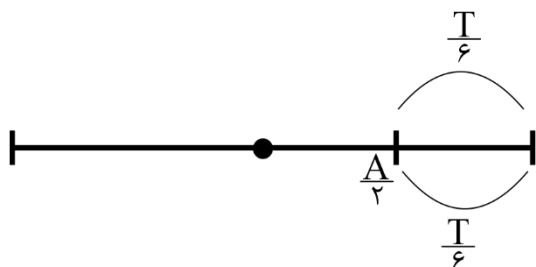
۵۵- پاسخ: گزینه ۳

بیشترین جابه‌جایی نوسانگر در یک بازه زمانی مشخص، حول نقطه تعادل اتفاق می‌افتد:



$$\Delta x_{\max} = \sqrt{3} A$$

همچنین کمترین مسافت طی شده نوسانگر در یک بازه زمانی مشخص کوچکتر از $\frac{T}{6}$ ، حول نقطه بازگشت اتفاق می‌افتد:



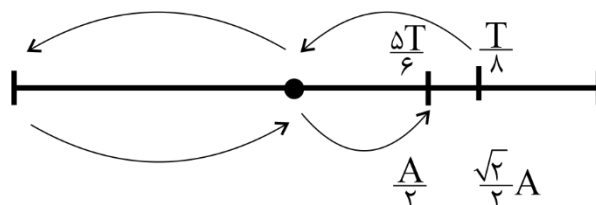
$$l_{\min} = 2 \times \frac{A}{2} = A$$

$$\frac{\Delta x_{\max}}{l_{\min}} = \frac{\sqrt{3} A}{A} = \sqrt{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

$$\frac{t_1}{T} = \frac{\frac{1}{24}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{8} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{8}$$

$$\frac{t_2}{T} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{1}{3}} = \frac{5}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{5T}{6}$$



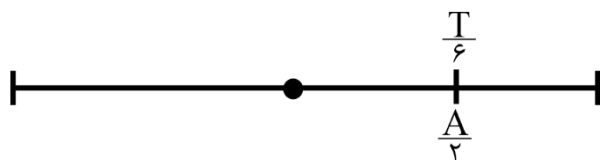
همان طور که در شکل مشخص است، یک بار بین صفر تا $-A$ حرکت کندشونده است که $\frac{T}{4}$ طول می کشد و یک بار بین صفر تا $\frac{A}{2}$ که $\frac{T}{12}$ طول می کشد:

$$\Delta t_{\text{کند شونده}} = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3} = \frac{1}{9} \text{ s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{4\pi}{3}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ s}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1/75}{1/5} = \frac{1}{15} = \frac{1}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3} T = T + \frac{T}{6}$$

بنابراین یک نوسان کامل و یک $\frac{T}{6}$ طی شده است.



پس جابه جایی برابر $\frac{A}{2}$ و مسافت برابر $4A + \frac{A}{2}$ است.

$$\frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\Delta X}{l} = \frac{\frac{A}{2}}{4A + \frac{A}{2}} = \frac{\frac{A}{2}}{\frac{9A}{2}} = \frac{1}{9}$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{با توجه به نمودار} \Rightarrow T + \frac{T}{2} = \frac{2T}{2} = 1/2 \Rightarrow T = 0.8 \text{ s}$$

$$\frac{t_1}{T} = \frac{0.4}{0.8} = \frac{1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{2} \Rightarrow v_1 = 0$$

$$\frac{t_2}{T} = \frac{1}{0.8} = \frac{5}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{5T}{4} \Rightarrow v_2 = v_{Max} = A\omega$$

$$|\Delta v| = A\omega \Rightarrow |\bar{a}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{A\omega}{1 - 0.4} = \frac{0.4 \times \frac{2\pi}{0.8}}{0.6} = \frac{\pi}{6} \text{ m/s}^2$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{با توجه به نمودار} \Rightarrow 0.6 = \frac{2T}{4} \Rightarrow T = 1.2 \text{ s}$$

$$t_1 = \frac{T}{4}$$

$$t_2 = T + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{17T}{12}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{17T}{12} - \frac{T}{4} = \frac{34T - 3T}{24} = \frac{31T}{24} = \frac{31}{24} \times \frac{1.2}{10} = \frac{31}{30} \text{ s}$$

۶۰- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به لحظه‌های توصیف شده، $A\omega = 0.6\pi$ و $A\omega^2 = 0.9\pi^2$ است.

$$\omega = \frac{A\omega^2}{A\omega} = \frac{0.9\pi^2}{0.6\pi} \Rightarrow \omega = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow A = \frac{A\omega}{\omega} = \frac{0.6\pi}{\frac{3\pi}{2}} = 0.4 \text{ m}$$

$$|a| = \omega^2 |x| \Rightarrow a = 0.2 \times \frac{9\pi^2}{4} = \frac{9\pi^2}{20} \text{ m/s}^2$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۲

بررسی گزینه ها:

(۱) نیتروژن در صنعت منجمد سازی مواد غذایی کاربرد دارد.

(۲) متن کتاب درسی است.

(۳) طبق متن کتاب مهمترین کاربرد گاز هلیوم خنک کردن دستگاه MRI است.

(۴) دقت کنید، آرگون محیط بی اثر است. نیتروژن جو بی اثر است.

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

فقط مورد پ درست و ۳ مورد دیگر نادرست است.

بررسی موارد:

(الف) نادرست، بخش عمده پرتو های خورشیدی به وسیله زمین جذب می شود.

(ب) نادرست، NO_2 به رنگ قهوه ای دیده می شود و به همین دلیل هوای کلانشهر ها قهوه ای روشن است.

(پ) درست، طبق نمودار های صفحه ۶۸ کتاب درسی این مورد درست است

(ت) نادرست، هلیوم از واکنش های هسته ای در ژرفای زمین تولید می شود و این گاز پس از نفوذ به لایه های زمین، وارد میدان های گازی می شود.

۶۳- پاسخ: گزینه ۴

$$2x + 4(-2) + 4(-1) = -2 \rightarrow x = 5$$

$$2y + 6(-2) + 2(-1) = -2 \rightarrow y = 6$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

نیم واکنش کاهش در واکنش منیزیم در هوای آزاد در واقع نیم واکنش کاهش اکسیژن است که باید با ۱ مول O_2 گازی شروع شده و به ۲ مول O^{2-} برسد که با توجه به جامد بودن منیزیم اکسید، حالت این یون باید جامد باشد.

۶۵- پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه ها:

(۱) باتوجه به E° عنصرها، اختلاف پتانسیل $\text{H}_2 - \text{Au}$ از $\text{Cu} - \text{Pt}$ بیشتر است.

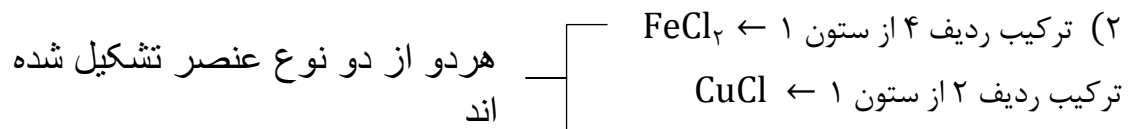
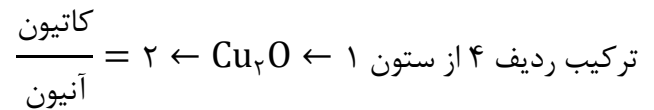
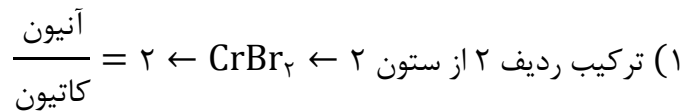
(۲) در یک سلول گالوانی هر چه غلظت الکترولیت آندی بیشتر باشد، ولتاژ سلول کمتر می شود.

(۳) گزینه درست

(۴) این جمله در مورد همه نافلزات و فلزات واسطه درست نیست، البته اغلب عنصرها عدد اکسایش متنوع دارند.

۶۶- پاسخ: گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها:

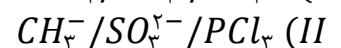
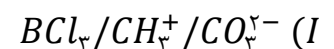


۳) ترکیبی که در حضور نور خورشید با اکسیژن واکنش می‌دهد. $\leftarrow \text{NO}_2 \leftarrow$ نیتروژن دی اکسید

$\leftarrow \text{CCl}_4 \leftarrow$ کربن تترا کلرید

۴) SF_6 گوگرد هگزا فلئورید- NH_4Cl آمونیوم کلرید.

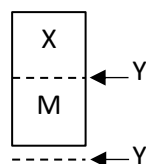
۶۷- پاسخ: گزینه ۳



۶۸- پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) نادرست: در مورد مقایسه E° در M و Y نمی‌توان اظهار نظر کرد.

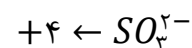
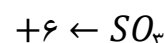
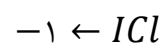
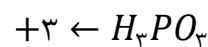
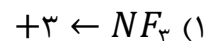


گزینه ۲) نادرست: در جدول E° عنصر Y پایین‌تر از X قرار دارد، در نتیجه Y نقش آند را دارد.

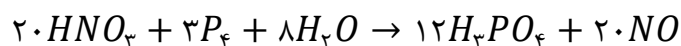
گزینه ۳) نادرست: X^{2+} از Y^{2+} اکسندتر است.

گزینه ۴) درست: در جدول E° ، عنصر X بالاتر است و می‌توان ترکیب‌های M^{2+} را در آن نگهداری کرد.

۶۹- پاسخ: گزینه ۴



۷۰- پاسخ: گزینه ۳



معادله موازنه شده:

عبارت ۱: الکترون‌های مبادله شده در این واکنش برابر با ۶۰ است که ۵ برابر ضریب فسفریک اسید است.

عبارت ۲: در این واکنش، ضریب ماده اکسنده (نیتریک اسید)، برابر ۲۰ است و تغییر عدد اکسایش اتم فسفر (کاهنده) ۵ است.

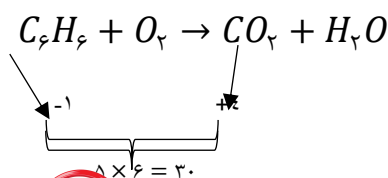
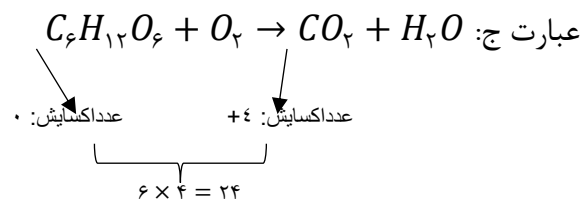
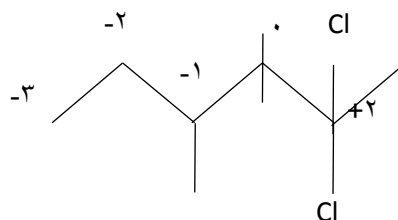
عبارت ۳: نادرست است.

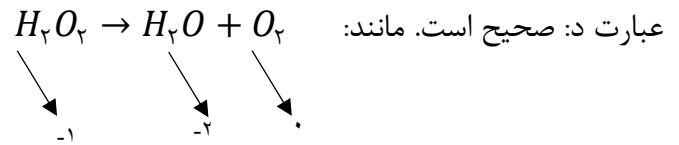
عبارت ۴: عدد اکسایش اتم مرکزی هر دو اسید برابر ۵+ است.

۷۱- پاسخ: گزینه ۳

عبارت الف: دامنه تغییرات فسفر (۵ تا -۳) دو برابر دامنه تغییرات اکسیژن (۲ تا -۲) است.

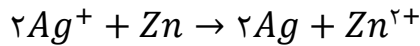
عبارت ب:





۷۲- پاسخ: گزینه ۲

اگر X مول از جرم آند (Zn) خورده شود، به اندازه ۲X مول به جرم کاند (Ag) افزوده می شود:



$$10/65 - 65x = 7/84 + 10.8 \times 2x$$

$$2/81 = 281x \Rightarrow x = 0/01 \text{ mol} \Rightarrow 7/84 + 2/16 = 10 \text{ g}$$

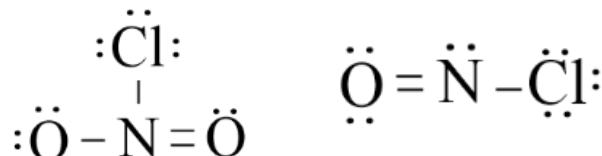
$$0/01 \times 2 = 0/02 \text{ mol } e^-$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۲

عبارت الف نادرست: در رابطه زیر فقط می توانیم دما را بر حسب کلین جایگذاری کنیم و با درجه سیلیسیوس نادرست است.

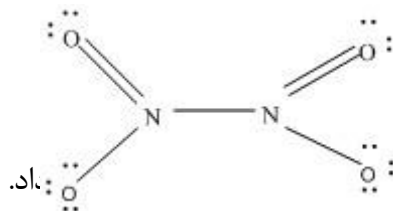
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

عبارت ب درست: با کم کردن اکسیژن تبدیل به مولکول NOCl می شود که ساختار لوویس آن به شکل زیر است:



عبارت پ درست: مجموع الکترون های پیوندی و ناپیوندی در یک مولکول برابر با مجموع الکترون های ظرفیتی اتمها

$$\text{است.} \quad (4 \times 6) + (2 \times 5) = 34$$



عبارت ت نادرست: براساس ناپایداری شیمیایی یک مولکول نمی توان در مورد قدرت

۷۴- پاسخ: گزینه ۱

موارد ب و ت درست هستند.

(الف) بوکسیت Al_2O_3 به همراه ناخالصی است. (صفحه ۵۵ کتاب درسی)

(ب) سوختن گوگرد ← نور آبی رنگ / سوختن پودر آهن ← نور نارنجی رنگ

از آنجایی که نور آبی رنگ انرژی بیشتری نسبت به نور نارنجی رنگ دارد، پس طول موج نور ناشی از سوختن گوگرد

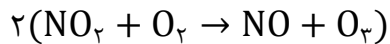
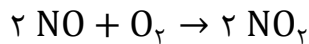
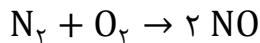
نسبت به نور ناشی از سوختن پودر آهن کوتاه تر است.

(پ) چگالی کربن مونوکسید کمتر از هواست.

(ت) از آهک برای تنظیم pH خاک و آب دریاچه ها استفاده می شود.

۷۵- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا واکنش های زنجیری تشکیل اوزون تروپوسفری را می نویسیم و آنها موازنه می کنیم:

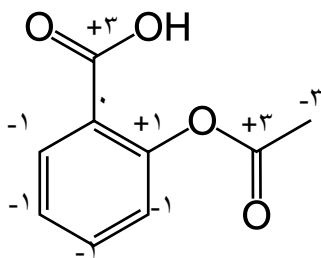


بنابراین می توانیم نتیجه بگیریم هر مول N_2 هم ارز ۲ مول O_3 است.
با این حساب به راحتی می توانیم کسر تبدیلی برای N_2 و O_3 بنویسیم:

$$\frac{x}{2 \times 48} = \frac{0/5}{1 \times 25} \rightarrow x = 1/92 \text{ g } O_3$$

۷۶- پاسخ: گزینه ۱

کافی است برای حل سوال عدد اکسایش تمام اتم های کربن در مولکول آسپرین را محاسبه کنیم:

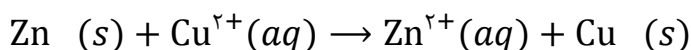


$$\text{مجموع عدد اکسایش اتم} = 4 \times (-1) + 2 \times (3) - 3 + 1 = 0$$

های کربن

$$\text{نسبت خواسته شده در صورت سوال} : \frac{2}{4} = 0/5$$

۷۷- پاسخ: گزینه ۱



تغییر جرم به علت کاهش جرم روی و افزایش جرم مس به تیغه اتفاق می افتد. اگر ۲ مول الکترون مبادله شود، ۶۵ گرم روی از تیغه جدا و ۶۴ گرم مس بر روی تیغه قرار می گیرد. پس ۱ گرم از جرم تیغه اولیه کاسته می شود.

$$\text{کاهش جرم} = 12/04 \times 10^{22} \times \frac{1 \text{ mol } e^-}{6/02 \times 10^{23}} \times \frac{1 \text{ g}}{2 \text{ mol } e} = 0/1 \text{ g} \rightarrow 10 - 0/1 = 9/9$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

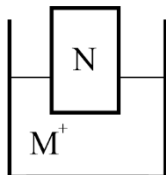
آند: $M > N \Rightarrow M^{2+}/M$ قدرت کاهندگی $\rightarrow N^{2+} < M^{2+}$: قدرت اکسندگی

(۱) تغییر جرم آند به ازای جابه‌جایی دو مول الکترون کاهش ۵۵ گرم و برای کاتد، افزایش ۱۹۵ گرم است.

(۲) جهت حرکت الکترون در مدار خارجی از سمت آند به سمت کاتد است. (چپ به راست)

(۳) $E_{M^{2+}/M} < E_{N^{2+}/N}$ بنابراین با قرار دادن تیغه N در الکترولیت

دارای M^{2+} ، واکنشی انجام نمی‌گیرد.



(۴) در صورت نبودن دیواره متخلخل، در نیم سلول آندی واکنش $M \rightarrow M^{2+} + 2e^-$ انجام شده و با گذشت زمان غلظت کاتیون M^{2+} در اطراف آند افزایش می‌یابد.

۷۹- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه نسبت درصد خلوص‌ها خواسته شده، بدون توجه به مقدار فرآورده تناسب را بین دو

ماده MnO_2 و HCl می‌نویسیم:

$$\frac{MnO_2}{100 \text{ g} \times \frac{x}{100}} = \frac{HCl}{100 \text{ g} \times \frac{y}{100}} \Rightarrow 146x = 87y \rightarrow \frac{y}{x} \approx 1/7$$

۸۰- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا نیم واکنش‌های داده شده را بر اساس پتانسیل کاهش استاندارد مرتب می‌کنیم:

Ag^+/Ag
 Fe^{3+}/Fe^{2+}
 I_2/I^-
 Ni^{2+}/Ni
 Fe^{2+}/Fe

مطابق این ستون؛ کاتیون و نافلز بالاتر می‌تواند با گونه کاهنده پایین‌تر از خود واکنش دهد.

بر این اساس فقط واکنش‌های C و d به صورتی که نوشته شده‌اند انجام می‌شوند.